

Resolução de Problemas: Conceptualização, Concepções, Práticas e Avaliação

Joaquim António P. Pinto

Aluno do Mestrado em Ensino da Matemática

Número mecanográfico: 030370027

Departamento de Matemática Pura da

Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Disciplina: Educação Matemática

Docente: Professora Doutora M^a Manuela Soares David

Introdução

A resolução de problemas está hoje, em Portugal, presente em todos os currículos de Matemática, desde o Currículo Nacional do Ensino Básico até ao actual Programa de Matemática do Ensino Secundário, onde é considerada um conteúdo de aprendizagem (DES, 2002), deixando assim de ser uma mera finalidade do ensino da Matemática. Estudos Nacionais e Internacionais reconhecem grande importância à resolução de problemas em Matemática pois contribuem para o desenvolvimento de capacidades e competências dos alunos.

Do exposto, ressalta que a resolução de problemas em Portugal começa a estar presente nas nossas salas de aula e como tal, começam a aparecer os resultados das investigações feitas em torno do que é um problema; que concepções têm os professores sobre a resolução de problemas; qual a influência da formação inicial de professores no ensino da resolução de problemas; e como é avaliado o desempenho dos alunos na resolução de problemas.

Neste texto pretendemos fazer uma conceptualização e uma análise das principais características da resolução de problemas, apresentar o modelo de resolução de problemas proposto por Charles e Lester (1984), citado em Borralho (1995), discutir possíveis formas de avaliar a resolução de problemas e por fim, analisar dois artigos de pesquisa realizados por Borralho (1997) e Graça (2003) em torno das concepções e das práticas dos professores em aulas de resolução de problemas, de modo a perceber que em termos de resolução de problemas um longo caminho há ainda a percorrer.

Conceptualização e principais características da resolução de problemas

Quando em Zurique (1931) George Polya anunciou numa conferência perante a Sociedade Suíça de Professores de Matemática que tinha um novo método para a resolução de problemas (Polya, 2003), estávamos longe de imaginar que o ensino através da resolução de problemas iria preocupar um tão grande número de profissionais da comunidade de educadores matemáticos, donde destacamos os trabalhos de A. H. Schoenfeld, F. K. Lester e R. Charles (Borralho, 1995).

Ao querermos que o aluno comece a pensar matematicamente pretendemos que haja uma aprendizagem dos conceitos matemáticos através da resolução de problemas, deixando de nos preocuparmos tanto com os resultados mas mais com os processos. “A Matemática é sobretudo, saber fazer: é uma ciência na qual o método predomina sobre o conteúdo” (Guzmán, 1989, em Borralho, 1995).

Polya (2003), considera que um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta, ou com uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos imediatamente disponíveis. Já Lester (1980, em Graça, 2003) considera que, para além de o problema ser uma situação para a qual um indivíduo não dispõe de um método imediato de resolução, se considera que o empenhamento na procura dessa solução constitui um aspecto fundamental. Para o ensino da Matemática importa salientar dois aspectos desta definição: só há problema se um indivíduo o quiser resolver; e não existe um método eficaz para encontrar uma solução para o problema (Borralho, 1995). Assim, ser problema não é uma característica intrínseca e imutável de uma determinada tarefa, mas depende da relação que cada indivíduo estabelece com essa tarefa e do contexto particular em que decorre a resolução. Podemos inferir daqui que um estudante está perante um problema quando, confrontado com uma questão, não dispõe de um processo rotineiro conhecido para o resolver, mas a sua curiosidade leva ao desejo de o solucionar.

A resolução de problemas é preconizada de diferentes formas consoante os autores que se toma como referência, no entanto as quatro fases propostas por Polya (2003): (i) Compreensão do problema; (ii) Estabelecimento de um plano; (iii) Execução do plano; (iv) Verificação, são ainda hoje o fio condutor das diferentes fases apresentadas por autores como Guzmán (1990), Hayes (1981, em Borralho, 1995).

Tendo como pano de fundo o modelo apresentado por Polya (2003), Lester (1980, em Borralho, 1995) vai mais longe, pois concebe um modelo onde tem em linha de conta os processos mentais envolvidos na resolução de problemas de Matemática, o que até aqui não tinha sido considerado. O seu modelo é constituído por seis fases: (i) Fase da consciencialização; (ii) Fase da compreensão; (iii) Fase da análise do(s) objectivo(s); (iv) Fase do desenvolvimento do plano; (v) Fase da implementação do plano; (vi) Fase de avaliação dos procedimentos e da solução.

Com preocupações semelhantes, ao nível dos processos mentais envolvidos na resolução de problemas, encontramos também o modelo apresentado por Schoenfeld (1985a, em Borralho 1995) caracterizado por apresentar quatro aspectos/categorias do conhecimento e comportamento: (i) Recursos; (ii) Heurísticas; (iii) Controlo; (iv) Concepções (percepções/pré-conceitos). Assim, segundo este autor, o sucesso ou insucesso na resolução de problemas deve ter em conta estes quatro aspectos, pois estão interligados, sobrepõem-se e interagem entre si.

Segundo Borralho (1995) “os sistemas de concepções/percepções/pré-conceitos são a visão do mundo matemático que cada aluno (professor e/ou resolvidor de problemas) possui, a perspectiva com a qual cada estudante se relaciona com a Matemática, com as tarefas matemáticas e com a resolução de problemas de Matemática. O pré-conceito/percepção/crença que cada um tem sobre a Matemática determina o modo de abordar um problema, a nível das técnicas a utilizar, tempo e empenho na dedicação ao problema, etc. Os sistemas de concepções estabelecem o contexto no qual os recursos, as heurísticas e o controlo se relacionam” (p. 22).

Como estratégias para a resolução de problemas surgem as heurísticas, que não são mais do que procedimentos destinados a resolver um problema usando regras que possibilitem chegar rapidamente à solução ou aproximar-se dela. A heurística apresentada por Polya (2003) foi construída no âmbito matemático. Quanto às heurísticas apresentadas por Hayes e Lester, referidas em Borralho (1995) têm “o intuito de contribuir para a análise dos resultados, não apenas a nível do produto final, mas também a nível de procedimentos”. Na heurística apresentada por Schoenfeld são de destacar as decisões tomadas durante a resolução de problemas, identificando duas espécies de decisões: decisões táticas e decisões estratégicas. As decisões táticas incluem procedimentos *standard* para implementar a resolução de problemas

(algoritmos, heurísticas, etc.); as decisões estratégicas fazem sentir o seu impacto na direcção que a resolução de problemas pode tomar, e na fixação dos recursos de cada um no processo de resolução. A este tipo de decisões, Schoenfeld chama de decisões de execução ou de gestão (Borrvalho, 1995).

Na resolução de problemas, e levando em conta o que temos vindo a referir, facilmente se depreende que a quantidade de variáveis é muito grande, assim como a sua natureza, o que torna que umas sejam mais evidentes que outras. As investigações que têm sido efectuadas, entre outros autores, por Lester (1980, em Borrvalho, 1995) apresentam quatro categorias de variáveis implicadas na resolução de problemas: o problema, o sujeito (o resolvidor de problemas), o processo de resolução de problemas e o ambiente de resolução de problemas.

Não querendo, neste texto, destacar nenhuma das variáveis em particular, não podemos deixar de fazer referência aos processos mentais envolvidos na resolução de problemas, uma vez que quando tivermos de falar na avaliação da resolução de problemas este é um aspecto que tem de ser tido em conta. Assim, destacamos uma vez mais os estudos realizados por Charles e Lester (1984, em Borrvalho, 1995), que apresentam três tipos de factores implicados nos processos mentais de resolução de problemas de Matemática: (i) Factores afectivos (pressão, motivação, interesse, resistência aos bloqueios prematuros, perseverança, stress); (ii) Factores relacionados com a experiência (familiaridade com o contexto e o conteúdo dos problemas, idade, familiaridade com estratégias de resolução de problemas, “background” matemático prévio); (iii) Factores cognitivos (capacidade espacial, capacidades computacionais, capacidade lógica, capacidade de leitura).

Este conjunto de factores facilmente explica o porquê de tanto insucesso na resolução de problemas, apesar de o aluno possuir, teoricamente, todos os conhecimentos necessários para resolver um problema. Repare-se que a resolução de problemas compreende uma interacção do aluno com o problema, como um factor complexo, no qual o aluno produz transformações não só no plano material externo, como também no plano mental, interno. Importa considerar a resolução de problemas como processo de pensamento, torna-se necessário observá-la como actividade mental, na qual se encontram acima de tudo as operações básicas do pensar, ou seja, a análise, a síntese, a generalização, a abstracção e a comparação (Borrvalho, 1995). Inferimos

assim, que os processos cognitivos têm uma influência decisiva na resolução de problemas, e que as operações básicas do pensamento devem ser desenvolvidas com cuidado, para que se possa pensar matematicamente a nível da resolução de problemas.

A par das estratégias cognitivas começa a ser reconhecido um papel cada vez de maior relevância a aspectos metacognitivos na resolução de problemas. Flavel (1976, em Borralho, 1995) define metacognição como o “conhecimento que cada um tem dos seus próprios processos e produtos cognitivos ou de qualquer aspecto com eles relacionados”. Temos pois, como aspectos fundamentais da metacognição: (i) o conhecimento e controlo de si próprio e (ii) conhecimento e controlo do processo. Assim entende-se por capacidades metacognitivas as capacidades cognitivas que são necessárias ou úteis, para a aquisição, emprego e controlo do conhecimento.

Não nos podemos esquecer neste texto que o aluno tem que sentir que o problema é seu, ele tem que ter um papel central no processo de resolução, ser um agente activo, sujeito do seu próprio ensino. Desempenha aqui um papel importante o professor, ao necessitar de saber dosear a sua participação, de modo a aumentar a actividade do aluno levando à sua progressiva autonomia. Salientamos, também, que a resolução de um problema pode não ser algo que se faça rapidamente, é pois necessário desenvolver a perseverança no aluno promovendo a persistência em vez da rapidez.

A definição de problema, por nós explorada neste texto, pressupõe a necessidade ou desejo de resolver o problema por parte do aluno. Ora, a falta de interesse ou motivação é o maior obstáculo a ultrapassar por parte do aluno. A par deste, destacamos também como factores que podem interferir no grau de dificuldade do problema: a complexidade do enunciado; o modo de apresentação e representação do problema; a dificuldade em arranjar sub-metas atingíveis; a familiaridade com processos de resolução de problemas; e constrangimentos resultantes de equívocos no entendimento da informação concebida no problema.

Do que foi referido até aqui depreendemos que a resolução de problemas é uma actividade extremamente complexa. Segundo Charles et al. (1987, em Graça, 2003) a grande quantidade de variáveis em jogo na resolução de problemas, torna complexa a sua avaliação, pois é feito um apelo a um conjunto de factores de âmbito diferente, ao uso de uma grande variedade de experiências e procedimentos, além de exigir a capacidade de avaliar o próprio pensamento e também o progresso na resolução de

problemas. No fundo, estamos a tentar avaliar a capacidade de usar uma série de estratégias e as suas atitudes em relação a essa resolução e, assim, entramos no domínio dos processos cognitivos, tendo também que levar em conta os processos metacognitivos associados e inerentes à própria resolução de problemas.

Estes autores, Charles et al. (1987, em Graça, 2003), identificam quatro áreas fundamentais para caracterizar o nível de desempenho dos alunos: (i) A compreensão do problema; (ii) O desenvolvimento de um plano; (iii) A implementação do plano; (iv) A procura de resposta ao problema.

Lester et al. (1992, em Graça, 2003) salienta a importância do pensamento do aluno, que deve ser estimulado pelo professor, pois pode assim fazer registos sistemáticos das observações realizadas ou utilizar instrumentos mais estruturados tais como escala de classificação ou lista de verificação.

Não podemos deixar de referir que segundo Kilpatrick (1991) a avaliação, da resolução de problemas, deve usar uma escala holística, pois este autor considera a resolução de problemas como uma tarefa de composição escrita, em que o aluno deve não só encontrar uma solução para o problema, que seja pessoalmente satisfatória, como também deve descrever por escrito uma solução que satisfaça o leitor.

Concepções e práticas pedagógicas dos professores

Da análise feita aos artigos de pesquisa, referidos na introdução, é de salientar que segundo Fernandes, (1991, em Graça 2003) “as concepções referem-se às ideias que os indivíduos têm de si próprios, da Matemática, dos problemas, da escola e do mundo em geral”. Estas, tomando como referência Pajares (1992, em Graça 2003), “formam-se cedo e tendem a manter-se, persistindo apesar das contradições causadas pela razão, pelo tempo e pela experiência”, salienta mesmo que as concepções ficam perfeitamente definidas a partir do tempo de aluno. Assim, para Ponte (1992, em Graça 2003), “estudar as concepções dos professores implica salientar os valores, as motivações, os eixos principais do pensamento dos actores fundamentais do processo educativo”, o que pelas variáveis envolvidas se torna um esforço difícil de fazer.

Podemos pois salientar que a forma como os professores interpretam e implementam o currículo é influenciada significativamente pelos seus conhecimentos,

experiências e convicções, o que inevitavelmente se reflecte nas decisões que tomam (Graça, 2003).

O estudo feito por Graça (2003) mostra que os professores observados se “referem de forma muito positiva relativamente às suas concepções sobre a resolução de problemas e, ainda que existe uma forte coerência entre as suas concepções e as suas práticas neste domínio, dado que a resolução de problemas está absolutamente integrada na forma como desenvolvem o currículo de Matemática nas suas aulas” (p. 68).

Conclusão divergente dos resultados referidos por Ponte (1992, em Graça 2003), Thompson (1992, em Graça 2003), Vale (1993, em Graça 2003) e Delgado (1993, em Graça 2003), “no que se refere à relação entre as concepções e as práticas no domínio da resolução de problemas e seu ensino”, pois estes autores relatam que esta relação é marcada pela inconsistência.

Mas, dado que estes professores estão fortemente motivados e possuem concepções positivas na área da resolução de problemas desde o seu tempo de estudantes, os resultados obtidos são consistentes com os apresentados por alguns investigadores (Clark e Peterson, 1986; Nespor, 1987; Pajares, 1992, em Graça 2003), que referem “que quanto mais cedo uma concepção se incorporar no sistema de concepções mais dificilmente se alterará, e ainda que as concepções sobre o ensino ficam definidas a partir do tempo de aluno”.

No que diz respeito à avaliação da resolução de problemas existe uma diferença significativa entre as concepções e as práticas dos professores estudados por Graça (2003). Estes professores “estão conscientes da importância de incluir na planificação das tarefas a desenvolver os métodos para avaliar as diversas componentes da resolução de problemas, embora nem todos o concretizem na respectiva prática, não dando assim visibilidade aos olhos dos alunos dos aspectos que consideram relevantes nesse domínio. O conhecimento da forma como os alunos participam nas tarefas de resolução de problemas, e comunicam os seus raciocínios, é considerado fundamental para a sua avaliação neste domínio, por estes professores, constatando-se, no entanto, que a observação dos respectivos alunos na resolução de problemas se baseia fundamentalmente numa avaliação informal, já que nenhum destes professores realiza de uma forma sistemática qualquer registo de aula” (p. 69-70).

Este estudo salienta ainda que a avaliação da resolução de problemas é um domínio de grande complexidade, mesmo para professores com reconhecida experiência, como era o caso dos professores envolvidos.

Refere ainda que deve ser dada grande importância à resolução de problemas na formação inicial de futuros professores de Matemática: Não discordamos de que tal não deva ser feito, mas o estudo apresentado por Borralho (1997) refere que apesar dos futuros professores de Matemática terem tido duas disciplinas na Licenciatura em Ensino da Matemática onde a resolução de problemas foi abordada, a realidade é que quando foram para a sala de aula mantiveram-se as concepções do tempo de alunos do ensino secundário, onde nunca tinham resolvido problemas, mostrando os resultados que a relação entre a formação inicial e a prática de ensino destes futuros professores é muito reduzida. O modelo de ensino protagonizado pelos seus professores do ensino secundário prevalece quando, estes futuros professores de Matemática, preparam e implementam uma aula (Borralho, 1997).

Do que tem sido a nossa prática lectiva, a resolução de problemas surge como uma forma, entre outras, de colocar os alunos numa situação de “fazer matemática” como preconizado em DES (2002), e ainda contribui para uma maior motivação permitindo reduzir o insucesso a Matemática.

Temos que estar conscientes que só se aprende a resolver problemas resolvendo problemas e que só transferimos para as nossas aulas procedimentos que dominemos, “um possível caminho para deixar todo o processo da resolução de problemas transparente aos olhos dos alunos é o professor apresentar-se como um resolvidor de problemas, e não como um solucionador de problemas desde o seu início. É necessário que o professor trabalhe o problema desde o seu início, caminhando devagar através do processo de resolução” (Borralho, 1995; p. 48).

Do nosso ponto de vista e da nossa experiência o mais complicado é a avaliação do desempenho dos alunos na resolução de problemas, pensamos ser aqui, neste momento, que temos de concentrar mais esforços de modo a superar esta grande dificuldade.

Considerações finais

Pelo que acabámos de escrever, a resolução de problemas é uma tarefa que envolve uma enorme quantidade de variáveis, cada uma mais complexa que a outra. Será por este facto que não sabemos como introduzir a resolução de problemas numa sala com alunos completamente desmotivados? Poderá a resolução de problemas ser convenientemente introduzida e acompanhada numa turma com trinta alunos? Será a resolução de problemas uma boa estratégia para recuperar lacunas ao nível dos conceitos básicos e estruturantes do pensamento matemático?

Por desconhecermos se existe investigação à volta das questões colocadas, achamos pertinente colocá-las aqui, no entanto, não queremos terminar este texto sem levantar uma última questão: Como otimizar a resolução de problemas no ensino/aprendizagem da Matemática?

Referências bibliográficas

APM (1988). *Renovação do currículo de Matemática*. Lisboa: APM

Borrvalho, A. (1995). Resolução de problemas: Uma perspectiva para abordar o ensino/aprendizagem da Matemática. Em, A. Borrvalho e M. Borrões (Eds.), *Ensino/Aprendizagem de Matemática: Algumas perspectivas metodológicas* (pp. 9-65). Évora: Universidade de Évora.

Borrvalho, A. (1997). O Ensino da resolução de problemas de Matemática por parte de futuros professores: Relações com a sua formação inicial. Em, D. Fernandes, F. Lester, A. Borrvalho & I. Vale (Eds.), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de Matemática – Múltiplos conceitos e perspectivas* (pp. 129-157). Aveiro: GIRP.

DES (2002). *Matemática A*. Lisboa: Ministério da Educação.

Graça, M. (2003). Avaliação da resolução de problemas: Que relação entre as concepções e as práticas lectivas dos professores? *Quadrante*, 12(1), 53-73.

Guzmán, M. (1990). *Aventuras matemáticas*. Lisboa: Gradiva

Kilpatrick, J. (1991). Algumas questões na avaliação da resolução de problemas em Matemática. Em, *Avaliação: uma questão a enfrentar*. Lisboa: APM

Polya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva



JOAQUIM ANTÓNIO PINTO
joaquimpinto@mail.prof2000.pt
Porto, 13 de Outubro de 2003